

EXERCICES : PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1

Soit ABC un triangle isocèle de sommet A . On note I le milieu de $[BC]$, H le projeté orthogonal de I sur (AC) et J le milieu de $[IH]$. On souhaite montrer de deux façons différentes que les droites (AJ) et (BH) sont perpendiculaires.

1. Première méthode :

- (a) Établir que $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{IH}$.
- (b) Établir que $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{BI}$.
- (c) En déduire que $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BH} = -\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BH}$.
- (d) Conclure.

2. Deuxième méthode : Soit K le milieu de $[HC]$.

- (a) Montrer que J est l'orthocentre du triangle AIK .
- (b) En déduire que les droites (AJ) et (BH) sont perpendiculaires.