

EXERCICES : SUITES NUMÉRIQUES

I Définitions

Exercice 1

1. u_{32} est le 28^e terme de la suite (u_n) . Quel est l'indice du 29^e ? du 27^e ?
2. u_{15} est le 12^e terme de la suite (u_n) . Quel est l'indice du premier terme ?

Exercice 2

1. Soit (v_n) la suite définie sur \mathbb{N} par son premier terme $v_0 = 3$ et la relation de récurrence $v_{n+1} = 1 - v_n$. Déterminer v_1 , v_2 et v_3 .
2. Soit (w_n) la suite définie sur \mathbb{N} par son premier terme $w_0 = -4$ et telle qu'en multipliant un terme par 3, puis en lui ajoutant 1 on obtienne le terme suivant. Déterminer w_1 et w_2 .
Donner la relation entre w_{n+1} et w_n .
3. Soit (w_n) la suite définie sur \mathbb{N} par son premier terme $w_0 = 2$ et telle qu'en multipliant un terme par 2, puis en lui ajoutant -1 on obtienne le terme suivant. Déterminer w_1 et w_2 .
Donner la relation entre w_{n+1} et w_n .

Exercice 3

Pour chacune des suites données, calculer les termes u_1 , u_2 et u_{100} quand c'est possible.

1. $u_n = n - \sqrt{n^2 + 9}$
2. $u_n = \frac{n+5}{n(n-1)}$

Exercice 4

1. Pour les suites données, calculer les termes u_{n-1} , u_{n+1} , u_{n+2} et u_{2n} .
 - (a) $u_n = n^2 - 3n + 1$
 - (b) $u_n = \frac{n+1}{2n+3}$
2. Soit (u_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $u_n = n^2 + 1$.
Déterminer, en fonction de n , l'expression des termes précédent et suivant u_n .

Exercice 5

La suite u est définie sur \mathbb{N} par $u_n = -n^2 + 5n + 1$.

1. Déterminer les sept premiers termes de la suite.
2. Représenter graphiquement ces termes dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
3. Montrer que les points correspondants sont situés sur une parabole dont on précisera une équation.

Exercice 6

La suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} par $u_n = n^2 - 14n$.

1. Déterminer les termes u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 .
2. Déterminer l'entier n tels que $u_n = -49$.
3. Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ à l'aide de GeoGebra et montrer que les points correspondants sont situés sur une parabole dont on précisera l'équation.

II TICE

Exercice 7

On considère l'algorithme suivant, qui après avoir saisi A et N affiche la valeur de A calculée :

Pour I allant de 1 à N
 $A \leftarrow 2 \times A - 1$
Fin Pour

1. Quelle valeur de A sera affichée après l'exécution de l'algorithme :
 - (a) Si on entre $A = 1$ et $N = 5$?
 - (b) Si on entre $A = 2$ et $N = 3$?
2. Vérifier vos résultats en programmant en Python.
3. Quelle suite est définie dans cet algorithme ?

Exercice 8

Soient (u_n) et (v_n) les suites définies par :

$$u_n = 2n + 1 \text{ et } \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$$

On utilise un tableur pour calculer les termes des deux suites.

1. Mettre n dans la cellule A1 , u_n dans la cellule B1 et v_n dans la cellule C1 .
2. Mettre dans la cellule A2 la valeur 0 et dans la cellule A3 la valeur 1. Par recopie vers le bas obtenir dans la colonne A les 20 premiers entiers naturels.
3. Quelles valeurs mettre en B2 et C2 ?
4. Quelle formule mettre en B3 (resp. C3) afin d'obtenir les 20 premiers termes de la suite (u_n) (resp. (v_n)) par recopie vers le bas ?

Exercice 9

Soit (u_n) la suite définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 2$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 2u_n - 3$. Déterminer à l'aide de la calculatrice graphique les termes u_1, u_2, \dots, u_{20} .

III Variations

Exercice 10

‘

1. Soit (u_n) une suite décroissante.
Déterminer le signe de $u_4 - u_3$
2. Soit (u_n) une suite croissante.
Déterminer le signe de $u_{11} - u_{10}$

Exercice 11

‘

1. Soit (v_n) la suite définie sur \mathbb{N} par son premier terme $v_0 = -1$ et la relation de récurrence $v_{n+1} = v_n + 2$. Étudier les variations de (v_n) .
2. Soit (w_n) la suite définie sur \mathbb{N} par son premier terme $w_0 = 5$ et la relation de récurrence $w_{n+1} = w_n - 3$. Déterminer le sens de variation de (w_n) .

Exercice 12

- 1.(a) Rappeler les variations de la fonction inverse sur $]0; +\infty[$
(b) En déduire que la suite (u_n) définie sur \mathbb{N}^* par $u_n = \frac{1}{n}$ est décroissante sur \mathbb{N}^* .
- 2.(a) Rappeler les variations de la fonction carré sur $[0; +\infty[$
(b) En déduire que la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = n^2$ est croissante sur \mathbb{N} .

Exercice 13

Étudier le sens de variation des suites suivantes (on donnera deux méthodes différentes pour la première suite) :

1. (u_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par : $u_n = n^2 - \frac{9}{2}n + 1$
2. (v_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{3 \times 2^n}{7^{n+1}}$.

Remarque : on admettra que tous les termes de la suite (v_n) sont strictement positifs.

3. (w_n) est une suite, dont les termes sont strictement positifs, définie sur \mathbb{N} par son terme général :

$$\frac{3 \times 2^n}{5n + 1}$$